

ph260 Ffiseg damcaniaethol 2 — gweithdy 5

1. Hafaliad ton.

Yn y ddarlith, fe ddatrysom hafaliad symudiad tant wedi ei *blycio*, h.y. tant sy'n dirgrynnu o hyd l a'i symudiad yn dechrau gyda'r dant yn llonydd ond mewn safle ansefydlog. Ei amodau terfyn oedd

$$y(x, 0) = \begin{cases} \frac{2hx}{l} & (0 \leq x \leq \frac{l}{2}) \\ \frac{2h(l-x)}{l} & (\frac{l}{2} \leq x \leq l) \end{cases} \quad \text{and} \quad \left. \frac{\partial y(x,t)}{\partial t} \right|_{t=0} = 0.$$

Os tarir y dant yn hytrach na'i blycio, e.e. mewn piano, mae'r amodau terfyn i'r gwrthwyneb: Mae'r llinyn mewn safle sefydlog ar y dechrau, ond oherwydd tariat y morthwyl, mae ar ei gyflymder mwyaf. Mae'r cyflymder cychwynol yma yn gymesurrol i'r pellter o pen y dant. Gan ffurfio'r amodau terfyn mewn modd mathemategol, dewisiwch y datrysiad cyffredinol cywir i'r hafaliad don, cymhwyswch yr amodau terfyn, a ffeindiwch datrysiad cyfres $y(x, t)$ ar gyfer tant piano.

2. Drwm cartesiaidd.

Mae drymiau fel arfer yn grwn – am rhesymau mathemategol da fel y gwelwn. Ysgrifennwch yr hafaliad don $z(x, y, t) = \dots$ ar gyfer drwm cartesiaidd, h.y. drwm efo croen wedi ei ymestyn dros ffram hirsgwar o faint $a \times b$. Gwahanwch yr hafaliad mewn i rhan gofodol ac amserol a ffeindiwch y datrysiadau cyffredinol. Cyfrifwch yr amodau terfyn i'r broblem (gan dybio fod y drwm yn cael ei daro i ddechrau'r dirgyniad), penderfynwch pa un o'r datrysiadau cyffredinol sy'n anaddas oherwydd eu bod yn anghytuno â'r amodau terfyn, ac ysgrifennwch cyfuniad llinol o'r datrysiadau eraill fel datrysiad cychwynol i'r hafaliad don. A fydd sain y drwm cartesiaidd yn harmonig?

Cydnabyddiaeth.

Mae esiampl 1 wedi ei ddwyn o *ML Boas; Mathematical Methods in the Physical Sciences, John Wiley, New York (USA) 21983.*

rw/031027– cyfieithwyd 080917 gan Huw Morgan