

# ph260 Ffiseg damcaniaethol 2 — gweithdy 2

## 1. Dosbarthu hafaliadau differol.

Penderfynwch gradd yr hafaliadau differol canlynol, nodwch os ydynt yn llinol neu affinol, homogenaidd neu anhomogenaidd ac yn gyffredin neu'n rhannol. Faint o amodau terfyn sydd angen i ffeindio datrysiaid penodol i bob un? Ffeindiwch esiamplau o'r fath o hafaliad differol a ddisgrifir ar waelod y tabl a nodwch faint o amodau terfyn sydd angen ar eich esiampl (mae a,b,c,d yn gysonion sydd ddim yn sero).

	gradd	llinol?	cyffredin?	homo- genaidd?	nifer o AT
$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial z}{\partial y} + 3y = 13$	2	+	-	-	3
$\frac{dy}{dx} + ay = 0$					
$\frac{dy}{dx} - a \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = -y$					
$\frac{\partial z}{\partial x} + 5z + 3y^2 = a$					
$\frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y} + \frac{b}{z} = 0$					
$a \frac{\partial z}{\partial y} = x \frac{\partial z}{\partial x}$					
$\frac{dy}{dx} - a \frac{d^2 y}{dx^2} = -y$					
$\frac{dy}{dx} + ay^3 + by^2 + cy + d = 0$					
	3	+	-	+	
	1	+	-	-	
	2	-	+	+	

## 2. Dewis strategaethau datrys ar gyfer HDC.

Penderfynwch os oes modd datrys yr HDC canlynol drwy wahaniad, drwy defnyddio'r triniaeth cyffredinol ar gyfer HDC llinol, drwy ddefnyddio hafaliad Bernoulli neu drwy cymhwyso y driniaeth hafaliad homogenaidd, neu os yw'n achos styfnig sydd angen ymchwil pellach mewn llyfr mathemateg... Os nad yr achos diwethaf yw, datrysych yr hafaliad, yna cymhwyswch yr amodau terfyn os ydynt wedi eu nodi. Os nad ydech yn medru datrys yr hafaliad, dywedwch pam fod pob techneg yn ffael.

- $xy' - xy = y$  ;  $y(1) = 1$
- $y' + y \cos x = \sin 2x$
- $\frac{dy}{dx} = \frac{2xy^2+x}{x^2y-y}$
- $3xy^2y' + 3y^3 = 1$  ;  $y(0) = -8$
- $x^2y' + 3xy = 1$  ;  $y(3) = 0$
- $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\cos y - x \tan y}$  ;  $y(0) = \pi$
- $xydx + (y^2 - x^2)dy = 0$
- $\cos x \cos y dx - \sin x \sin y dy = 0$  ;  $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \pi$

## 3. Cyfieithu ffiseg i mathemateg.

Ysgrifennwch y problemau ffisegol canlynol mewn fformiwla mathemategol. Yna newidiwch y newidion yn y fformiwla gyda'r rhai o'r daflen gymorth mathemategol. Dywedwch pa driniaeth byddai'n datrys yr hafaliad, yna datrysych ef.

- Deilliwch fformiwla ar gyfer tyfiant haen o rhew ar lyn mewn tywydd oer. I gadw'r broblem yn syml, tybiwch fod tymheredd yr hylif yn gyson  $T_l=283\text{ K}$ , fod yr aer uwchben yn gyson ar  $T_g=263\text{ K}$ , a fod y rhew yn tyfu mewn haen o drwchder unffurf  $x(t)$  gydag amser  $t$ . Mae cyfradd ffurfio'r rhew yn gyfesur a'r graddfa mae gwres yn mynd o'r hylif i'r aer uwchben. Dechreuwch ar y foment cyn fod y rhew yn ffurfio.

b. Dilyniant darfodiad Uraniwm yw  $^{238}\text{U} \xrightarrow{\alpha} ^{234}\text{Th} \xrightarrow{\beta} ^{234}\text{Pa} \xrightarrow{\beta} ^{234}\text{U} \xrightarrow{\alpha} ^{230}\text{Th} \xrightarrow{\alpha} ^{226}\text{Ra} \xrightarrow{\alpha} ^{222}\text{Rn} \xrightarrow{\alpha} ^{218}\text{Po} \xrightarrow{\alpha} ^{214}\text{Pb} \xrightarrow{\beta} ^{214}\text{Bi} \xrightarrow{\beta} ^{214}\text{Po} \xrightarrow{\alpha} ^{210}\text{Pb} \xrightarrow{\beta} ^{210}\text{Bi} \xrightarrow{\beta} ^{210}\text{Po} \xrightarrow{\alpha} ^{206}\text{Pb}$  (sefydlog). Cyfrifwch y nifer  $N_{15}$  o  $^{206}\text{Pb}$  sefydlog fel ffwythiant o amser os ydych yn cychwyn gyda slabyn o  $^{238}\text{U}$  yn cynnwys  $N_0$  atom. Mae hanner bywyd yr isotopau yn cael eu dynodi gan  $\lambda_i$  ar gyfer isotop  $i$  yn y gadwn, gan ddechrau o  $i=1$  ar gyfer  $^{238}\text{U}$ .

*Awgrym:* Yn gyntaf tybiwch bod dim ond un cam yn y gadwyn, yn hytrach na nifer o gamau unigol. Yna adiwch yr ail gam. Trwy cydgyfatebiaeth, cyfrifwch y fformiwla ar gyfer cam  $i$ . Gallwch yna gweithio'r ffordd gam wrth gam drwy'r holl ddilyniant, neu sefydlu fformiwla ailadroddus.

Wedi ffeindio'r datrysiad yn algebraidd, gallwch doddi rhifau yn y fformiwla a meddwl am oblygiadau storio gwastraff niwclear. Dyma'r hanner bywyd mewn blynyddoedd, dyddiau neu eiliadau.

$$\begin{array}{llllll} \lambda_1 = 4.468 \times 10^9 a & \lambda_4 = 244\,600 a & \lambda_7 = 3.825 d & \lambda_{10} = 1\,194 s & \lambda_{13} = 5.013 d & \\ \lambda_2 = 24.10 d & \lambda_5 = 75\,400 a & \lambda_8 = 183 s & \lambda_{11} = 1.64 \times 10^{-4} s & \lambda_{14} = 138.38 d & \\ \lambda_3 = 70.2 s & \lambda_6 = 1\,600 a & \lambda_9 = 1\,608 s & \lambda_{12} = 22.3 a & & \end{array}$$

#### 4. Deillio'r deilliadau.

Pan yn delio gyda thriniaeth hafaliad Bernoulli, rydym wedi defnyddio yr amnewidiad  $z = y^{1-n}$  a'i deilliad  $\frac{dz}{dx} = (1-n)y^{-n}\frac{dy}{dx}$ . Dangoswch fod y deilliad yma'n gywir.

#### Cydnabyddiaeth.

Mae rhan fwyaf o'r esiamplau hyn wedi eu dwyn neu eu newid o *ML Boas; Mathematical Methods in the Physical Sciences, John Wiley, New York (USA) 21983*.

*rw/031009- cyfieithwyd 080917 gan Huw Morgan*